Cuadernos de Economía. Vol. 16 21-34 1988.

Esquemas reproductivos y teorema sobre bienes autorreproducibles

Alex Costa

Departamento Estadística y Econometría
Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales
Universidad de Barcelona
Avda. Diagonal, 690 – 08034 Barcelona

Esquemas reproductivos y teorema sobre bienes autorreproducibles

RESUMEN

En este trabajo se deriva el teorema de Barceló a partir de los conocidos esquemas reproductivos de Spaventa (1984). Como resultado del estudio se presenta junto al modelo general un sencillo modelo para dos bienes autorreproducibles que, a pesar de sus limitaciones, tiene a nuestro entender un notable interés didáctico. Además se recoge la posibilidad de expresar el teorema para economías con tasas de excedente positivas. Finalmente, se discute la conveniencia del supuesto $R_A = R_B > 0$, utilizado por Barceló para construir un modelo que se formula necesariamente antes o al margen de la determinación del resto de los precios del sistema.

Reproduction Frameworks and the Theorem on Self-reproducing Goods

ABSTRACT

In this work we have derived the Barceló's theorem from Spaventa's well-known reproduction frameworks. As result of this study we present together with the general model an easy model for only two self-reproducing goods. That model, in spite of its limitations, has a good clear understanding. We present also the theorem for economies with positive exceeding rates. Finally we discuss the supposition $R_A = R_B > 0$, used by Barceló in order to build a model that is formulated necessarily before or without determining the system prices.

Esquemas reproductivos y teorema sobre bienes autorreproducibles[1]

I. Introducción

En la obra recientemente publicada *Teoría económica de los bienes autorreproducibles*[2], Alfons Barceló lamentaba la falta de reacción de muchos de sus colegas en relación a su teorema sobre los bienes autorreproducibles, elemento clave de la citada obra. A pesar de la evidente irritación de Barceló frente a esa pasividad, él mismo la explica en parte por el contexto heterodoxo en el que se sitúa su trabajo: "algunos lectores de las primeras versiones multicopiadas se hallaron en fuera de juego a la hora de evaluar cabalmente su sentido –el del teorema– y consecuencias... es sabido que el cambio de marco teórico provoca espontáneamente cierta ofuscación... es hasta cierto punto sólito que su carácter iconoclasta presenta visos de 'impensabilidad' "[3]. Tal como Barceló señala el marco teórico heterodoxo de su teorema es la óptica reproductiva o sraffiana: "con el transfondo del enfoque reproductivo nuestra investigación se ha centrado en una reducida clase de bienes económicos, los autorreproducibles. Por consiguiente hemos estudiado propiedades económicas locales y examinado algunas relaciones de entre un pequeño subconjunto del total de bienes económicos[4].

Ciertamente, parece claro que buena parte de la "impensabilidad" del teorema se deriva del contexto sraffiano del que emana. Ahora bien, a nuestro entender la mera enunciación de cual es el contexto teórico del trabajo puede resultar insuficiente para situarlo y valorarlo adecuadamente. Quizás explicitando más en concreto su directa derivación de los esquemas sraffianos más conocidos se facilite a muchos profesionales o, simplemente, interesados por la teoría económica la compresión y evaluación del trabajo de Barceló. Esta es precisamente la tarea que va-

1. Agradezco a A. Barceló los comentarios realizados a este trabajo. Creo que, ***en la medida en que éstos han sido considerados***, lo han beneficiado sustancialmente.

2. "Teoría económica de los bienes autorreproducibles", A. Barceló y J. Sánchez, Oikos-Tau, Barcelona, 1988.

3. Ibidem, págs. 19 y 20.

4. Ibidem, pág. 198.

mos a desarrollar aquí. Para facilitar la comprensión del sentido del teorema de Barceló y de su ligazón con los esquemas reproductivos clásicos, en primer lugar lo presentamos en una versión para sólo dos bienes, de modo que puede ser derivado directamente de los sencillos esquemas reproductivos sraffianos para dos bienes (como los que aparecen en Spaventa (1984), por ejemplo). Seguidamente presentaremos el teorema en el contexto de los esquemas reproductivos sraffianos en general.

II. El teorema sobre bienes autorreproducibles

Tal como es formulado por Barceló y Sánchez (1988) el teorema afirma que la razón entre el precio de dos bienes autorreproducibles (p_A/p_B) es igual al producto del cociente entre sus tasas específicas de reproducción (t_B/t_A) por el de las cantidades idóneas de dichos bienes empleados en un input común a las dos industrias (b/a). Esto es:

$$p_A/p_B = [t_B/t_A] \times [b/a],$$

donde t_A se define en función de un s_A = output de A/input de A, de modo que $t_A = s_A - 1$ = [(output de A-input de A)/input de A].

Los bienes autorreproducibles de comportamiento más sencillo son los vegetales de un sólo ciclo, de modo que las cantidades de output e input son las cantidades cosechadas y sembradas respectivamente y, por su parte, a y b son las cantidades apropiadas de simiente por unidad de superficie (o de agua, trabajo, etc...), que es el input común de ambas industrias.

La derivación de este resultado a partir de un esquema reproductivo es presentado así: sean dos bienes autorreproducibles A y B, con el mismo período de maduración y en cuyas industrias se emplean iguales cantidades de un input común que llamaremos "Input Distinguido" (ID) con unas cantidades apropiadas de input a y b por unidad de ID para las industrias de A y B respectivamente. Entonces vale escribir:

$$ap_A + ID + R_A = (1 + t_A)\, ap_A$$

$$bp_B + ID + R_B = (1 + t_B)\, bp_B,$$

de donde:

$$ID + R_A = t_A\, ap_A$$

$$ID + R_B = t_B\, ap_B,$$

y bajo el supuesto empíricamente aceptable para un número significativo de pares de bienes de que el resto de los inputs para cada industria tienen un valor igual ($R_A = R_B$), entonces:

$$t_A a p_A = t_B b p_B,$$

de donde se llega al teorema sobre bienes autorreproducibles.

Aunque esta derivación es perfectamente explícita, el esquema reproductivo de partida es algo peculiar y puede desorientar incluso a aquellos que tenga alguna familiaridad con los esquemas reproductivos sraffianos más conocidos. Seguidamente vamos a recordar esos esquemas y más adelante deduciremos de los mismos el teorema de Barceló.

III. El modelo reproductivo para dos bienes

Los esquemas productivos para dos bienes se presentan en Spaventa (1984) con un orden de complicación creciente. En primer lugar se aborda el modelo sin excedente, después se introduce el excedente y, finalmente, se llega al modelo con distribución del excedente entre beneficios y salarios. En cada caso, además, las funciones de producción pueden expresarse con el trabajo explícitamente considerado o con las cantidades de bienes necesarios para que el trabajo se reproduzca. La formulación de los modelos es siempre extremadamente simple. Sean, por ejemplo, dos industrias de grano y carbón, con las siguientes líneas productivas:

$$\begin{aligned} 100\ \text{gr} + 75\ \text{c} + 75\ \text{l} &\rightarrow 750\ \text{gr} \\ 450\ \text{gr} + 75\ \text{c} + 25\ \text{l} &\rightarrow 250\ \text{c}, \end{aligned}$$

donde gr: grano, c: carbón y l: trabajo.

Si suponemos que las proporciones en que aparecen los inputs en las líneas productivas son constantes para cualquier nivel en la cantidad producida de bienes, entonces podemos expresar más genéricamente el sistema productivo anterior así:

$$\begin{aligned} a_{gg}G + a_{cg}G + l_g G &\rightarrow G \\ a_{gc}C + a_{cc}C + l_c C &\rightarrow C, \end{aligned} \qquad (1)$$

donde a_{gg}, a_{cg} y l_g son las cantidades respectivas de g, c y l necesarias como medios de producción para producir una unidad de g, mientras que G es el nivel de producción de g del sistema. En la segunda línea de producción la notación es equivalente.

Esta forma de expresar el sistema productivo no sólo se adapta a cualquier nivel de producción, sino que además es útil para referirse tanto a sistemas con o sin excedente. Así, si tenemos un sistema productivo como el del ejemplo anterior, sin excedente (se produce lo justo para la reproducción del sistema, 750 unidades de grano) los valores de a_{gg}, a_{cg} y l_g son respectivamente 0.133, 0.1, 0.1. Si en la misma línea de producción de g y con los mismos inputs tuvieran una producción de 1250 unidades de grano los coeficientes pasarían a ser 0.08, 0.06 y 0.06, lo que conduciría a un sistema con excedente.

A partir de un sistema productivo de dos bienes tal como se ha expresado en (1) se puede pasar de inmediato al sistema de ecuaciones que permitirá la determinación de los precios relativos:

$$\begin{aligned} a_{gg}p_gG + a_{cg}p_cG + l_gwG &\leqslant p_gG \\ a_{gc}p_gC + a_{cc}p_cC + l_cwC &\leqslant p_cC \end{aligned} \qquad (2)$$

El valor de los inputs no puede ser mayor que el del producto si el sistema debe reproducirse. Si suponemos que el sistema está en equilibrio, además, la tasa de excedente generada en cada industria ((valor producto-valor inputs)/valor inputs) debe ser igual. En caso contrario los recursos se desplazarían de una industria a otra. Si la tasa de excedente es denotada como R, podemos pasar de (2) a:

$$\begin{aligned} (a_{gg}p_gG + a_{cg}p_cG + l_gwG)\,(1 + R) &= p_gG \\ (a_{gc}p_gC + a_{cc}p_cC + l_cwC)\,(1 + R) &= p_cC. \end{aligned} \qquad (3)$$

Si en un sistema no hay excedente $R = 0$, mientras que si lo hay $R > 0$.

Finalmente, si consideramos las variables redistributivas del excedente, beneficios (r) y salarios (w), llegamos a:

$$\begin{aligned} (a_{gg}p_gG + a_{cg}p_cG)\,(1 + r) + l_gwG &= p_gG \\ (a_{gc}p_gC + a_{cc}p_cC)\,(1 + r) + l_cwC &= p_cC, \end{aligned}$$

donde w está constituido por dos partes: una parte constituye el mínimo de subsistencia (w_1) y la otra la parte del excedente que retienen los trabajadores (w_2). Si queremos diferenciar ambos componentes para que las dos variables distributivas sean derivadas del excedente, podemos reformular el anterior sistema de ecuaciones así:

$$
\begin{aligned}
&(a_{gg}p_gG + a_{cg}p_cG + l_gw_1G)(1 + r) + l_gw_2G = p_gG \\
&(a_{gc}p_gC + a_{cc}p_cC + l_cw_1C)(1 + r) + l_cw_2C = p_cC.
\end{aligned}
\qquad (4)
$$

Digamos para acabar que cualquiera de estas representaciones de (1) a (4) pueden ser formuladas alternativamente excluyendo al trabajo como medio de producción y sustituyéndolo por lo que éste requiere en términos de los otros dos bienes para ser reproducido[5].

Los esquemas anteriores son adecuados para plantear y resolver, sin ninguna complicación adicional, problemas tan importantes como las condiciones técnicas necesarias para la reproducción del sistema, el análisis de sendas de crecimiento simple y, sobre todo, el tema clásico de la determinación de los precios relativos en sistemas con y sin excedente, así como la relación entre esos precios y las variables distributivas del sistema, beneficios y salarios.

De estos esquemas, que si bien pertenecen a un enfoque no predominante en el pensamiento económico no pueden ya dejar fuera de juego a nadie, se derivan directamente los resultados más sobresalientes de la investigación de Barceló aplicados al modelo de dos bienes. Esto es lo que vamos a probar en el siguiente apartado.

IV. El modelo reproductivo para dos bienes autorreproducibles

La aportación de Barceló puede ser entendida como una fértil simplificación de los planteamientos reproductivos en general. Cuando éstos se circunscriben al modelo de dos bienes, esa simplicación permite pasar del *modelo para dos bienes* que acabamos de presentar al *modelo para dos bienes autorreproducibles.*

Ya se dijo que los ejemplos paradigmáticos de este tipo de bienes son los vegetales y los animales domésticos. Un ejemplo claro de este caso es el del cultivo de dos cereales, por ejemplo, el trigo (t) y la cebada (c). Lo específico de cada producción es el trigo y la cebada sembrada en cada caso. La restricción clave del modelo de dos bienes consiste en suponer que las líneas productivas de cada bien tienen como inputs únicamente a esos dos bienes y al trabajo. En este contexto, la simplificación propuesta por Barceló *equivale* a suponer que aparte del bien que interviene como input en su propia producción (cantidad sembrada) el resto de los inputs (el otro cereal y el trabajo) *valen lo mismo en las dos*

5. No vamos a reformular cada esquema en éstos términos dado que los que se adaptan a los resultados de Barceló son los ya presentados.

líneas de producción, para cualesquiera precios que podamos establecer. Que la hipótesis de igual valor sea válida para cualesquiera precios es necesario porque nuestro sistema sirve para determinar los precios y, por tanto, no puede pensarse en simplificar el sistema suponiendo un conocimiento previo de los mismos. En virtud de la hipótesis mencionada el sistema de ecuaciones (3) puede ser fácilmente simplificado. En efecto:

$$\begin{aligned} (a_{tt}p_tT + a_{ct}p_cT + l_twT)(1 + R) &= p_tT \\ (a_{tc}p_tC + a_{cc}p_cC + l_cwC)(1 + R) &= p_cC, \end{aligned} \qquad (3)$$

pero si, para cualesquiera precios p_c, p_t y w tenemos que $a_{ct}p_cT + l_twT = a_{tc}p_tC + l_cwC = E$, y entonces:

$$\begin{aligned} (a_{tt}p_tT)(1 + R) + E(1 + R) &= p_tT \\ (a_{cc}p_cC)(1 + R) + E(1 + R) &= p_cC, \end{aligned} \qquad (3')$$

de modo que:

$$\begin{aligned} E(1 + R) &= [1-a_{tt}(1 + R)]\,p_tT \\ E(1 + R) &= [1-a_{cc}(1 + R)]\,p_cC, \end{aligned}$$

de donde, restando ambas igualdades y despejando la razón de los precios:

$$\begin{aligned} p_t/p_c &= C/T \times [1-a_{cc}(1 + R)]/[1-a_{tt}(1 + R)] \\ &= C/T \times [a_{cc}((1/a_{cc})-1-R))]/[a_{tt}((1/a_{tt})-1-R))], \end{aligned}$$

y teniendo en cuenta que a_{cc} = (input de c/output de c), tenemos que es el inverso del valor de Barceló s_c, y así $(1/a_{cc})-1 = t_c$. De esta forma podemos reformular el anterior resultado en términos de las tasas específicas de excedente (t_c, t_t) así:

$$p_t/p_c = [Ca_{cc}/Ta_{tt}] \times [(t_c-R)/(t_t-R)]. \qquad (5)$$

Para llegar a la expresión concreta del teorema de Barceló no hay más que advertir que la cantidad de input apropiada para C es $a = Ca_{cc}$ y que la cantidad de input apropiada para T será $b = Ta_{tt}$. Adicionalmente trabajando para sistemas sin excedente, esto es, con $R = 0$, llegamos finalmente al teorema de Barceló:

$$p_t/p_c = [Ca_{cc}/Ta_{tt}] \times [t_c/t_t]. \quad (5,a)$$

Vale la pena dedicar ahora algún comentario al grado de verosimilitud empírica que tiene la simplificación presentada. Antes hemos dicho que la simplificación de Barceló *equivale* al supuesto de igual valor para el resto de los inputs (para cualesquiera precios). Como se recordará la hipótesis de Barceló tal como él la presenta estrictamente se descompone en dos supuestos: la existencia de un Input Distinguido Común (ID está presente en las dos líneas productivas) y el equivalor de los restos ($R_A = R_B$). Estas hipótesis son, efectivamente, *lo mínimo que hay que suponer empíricamente* para llegar al resultado de igual valor para el resto de los inputs en cada rama de producción para cualquier sistema de precios.

En efecto, por lo que hace a ID, es evidente que si la cantidad de trabajo en las dos industrias es igual ($l_tT = l_cC$) entonces vale igual ese componente de los inputs para cualquier precio del trabajo (para todo w, $l_tTw = l_cCw$). Es más problemática la equiparación de valores del resto de inputs, R_A y R_B (en nuestro modelo, que para cualesquiera p_c y p_t ocurra que $a_{ct}Tp_c = a_{tc}Cp_t$). En concreto, el caso empíricamente más sencillo y claro en el que podemos asegurar ese equivalor es aquel en el que $a_{ct} = a_{tc} = 0$. Debe advertirse que éste es un caso particular, pero nada irreal. Sólo se está diciendo que para obtener trigo no se necesita cebada y para obtener cebada no se necesita trigo. Es mucho más restrictivo decir que para obtener trigo sólo se necesita trigo y trabajo y que para obtener cebada sólo se necesita cebada y trabajo, pero esa hipótesis no es la propia de Barceló, sino la propia del modelo reproductivo para dos bienes. Es por eso que el modelo para dos bienes autorreproducibles es una simplificación empíricamente muy poco restrictiva del modelo de dos bienes general. Desde el punto de vista del rendimiento formal de esa simplificación no hay más que comparar la relativa complejidad del tratamiento de los precios relativos en el sistema (3) con la simplicidad formal y de interpretación del teorema de Barceló.

Volviendo a la expresión (5) hallada, puede verse que resulta completamente natural considerar el teorema como un caso particular de la misma (para R = 0). El propio Barceló ha presentado (5) como la variante III de su teorema[6], aunque a nuestro entender parecería incluso más lógico considerarlo en si mismo como el teorema, por su validez más general.

Si trasladamos la misma hipótesis simplificadora al esquema (4), en el que intervienen las variables redistributivas tendremos:

$$\begin{aligned} &(a_{tt}p_tT + a_{ct}p_cT + l_tw_1\,T)\,(1 + r) + l_tw_2\,T = p_tT \\ &(a_{tc}p_tC + a_{cc}p_cC + l_cw_2\,C)\,(1 + r) + l_cw_2\,C = p_cC, \end{aligned} \tag{4}$$

pero si $a_{ct}p_cT + l_tw_1\,T = a_{tc}p_tC + l_cw_2\,C = E$, entonces:

$$\begin{aligned} E\,(1 + r) &= [1 - a_{tt}\,(1 + r)]\,p_tT - l_tw_2T \\ E\,(1 + r) &= [1 - a_{cc}\,(1 + r)]\,p_cC - l_cw_2C, \end{aligned} \tag{4'}$$

de donde, restando ambas expresiones y despejando p_t:

$$p_t = [(1 - a_{cc}(1+r)p_cC + (l_tT - l_cC)w_2]/[(1 - a_{tt}(1+r))T],$$

y poniendo lo anterior en términos de las tasas específicas de reproducción:

$$p_t = [(t_c - r)a_{cc}Cp_c + (l_tT - l_cC)w_2]/[(t_t - r)a_{cc}T. \tag{6}$$

La expresión (6) ha sido también presentada por Barceló, en este caso como la variante VII de su teorema[7]. Hay otras variantes del teorema que no vamos a presentar ya aquí Por su estrecha vinculación con los esquemas reproductivos fundamentales creemos que las expresiones (5) y (6) son las más importantes, junto con el caso particular (5,a), que es como presenta Barceló el teorema.

Con las anteriores derivaciones hemos pretendido poner de relieve la conexión directa que tienen los resultados de la investigación de Barceló con el modelo reproductivo para dos bienes, tal como es presentado en Spaventa (1984). En nuestra opinión, nadie que conozca algo del enfoque reproductivo puede sentirse desorientado por la teoría de los bienes autorreproducibles: ésta se sustenta en una hipótesis restrictiva que resulta empíricamente sensata y formalmente eficaz, como lo demuestran los resultados a los que de inmediato se puede llegar.

V. La teoria de los bienes autorreproducibles

El modelo de dos bienes tiene un interés fundamentalmente didáctico, dada la dureza de la hipótesis que lo genera (que en las líneas de producción de cada bien sólo participan esos dos bienes más los traba-

7. Ibidem, pág. 32.

jos), lo que hace a estos modelos sumamente irreales. De la misma forma, el modelo para dos bienes autorreproducibles tiene a nuestro entender un alto interés didáctico, pero no más que eso. Ahora bien, la hipótesis simplificadora de Barceló puede ser aplicada no ya al modelo de dos bienes, sino a los esquemas sraffianos generales. De hecho, ésta es la aplicación de su hipótesis simplificadora que interesa a Barceló. Vamos a ver cómo se pueden expresar los esquemas reproductivos y cómo podemos derivar de ellos el teorema.

Sea una economía con m bienes de los que seleccionamos dos, pongamos de nuevo el trigo y la cebada. Ahora vamos a aceptar, sin embargo, que en su producción participan tantos bienes como sean necesarios (agua, animales de tiro o tractores, etc.). En esta economía de m bienes las dos líneas de producción mencionadas se pueden expresar en un sistema parecido a (3) –aunque mucho más realista:

$$\begin{aligned} &(a_{tt}p_tT + a_{ct}p_cT + l_twT + ...)(1 + R) = p_tT \\ &(a_{tc}p_tC + a_{cc}p_cC + l_cwC + ...)(1 + R) = p_cC, \end{aligned} \qquad (3")$$

donde en puntos suspensivos quedan recogidos el resto de los m bienes de la economía. Aunque naturalmente muchos de ellos tendrán coeficientes nulos lo importante es que no nos dejaremos ningún input que verdaderamente intervenga en la producción del trigo y la cebada. Es inmediato advertir que si de nuevo suponemos que el resto de inputs distintos a los propios bienes producidos valen igual para cualesquiera precios de nuevo llegamos al teorema de Barceló, sólo que en este caso con una economía como referente tan real como la que pueda servir de referencia a la teoría de Sraffa.

Antes de entrar a considerar las implicaciones en términos empíricos de ese supuesto querríamos advertir que la trascendencia de la propuesta de Barceló en este caso no es ya solamente didáctica. Se esta indicando la posibilidad de que el sistema de ecuaciones sraffiano sea particionado, de modo que puedan obtenerse algunos precios relativos sin necesidad de resolver todo el sistema. Esto es lo que se conoce como un sistema de ecuaciones *recursivo por bloques*. De la misma forma que en econometría trabajar con sistemas recursivos por bloques facilita mucho el proceso de identificación e inferencia estadística, resulta incuestionable que la consideración del sistema sraffiano como un sistema bloque-recursivo lo dotaría de una interesante dosis de aplicabilidad.

Ahora bien, para que las halagüeñas perspectivas anunciadas se hagan realidad será necesario ver el grado de verosimilitud empírica del supuesto de equivalor para cualesquiera precios. En el contexto del modelo de dos bienes era, como vimos, una hipótesis muy poco restrictiva. En este contexto más general sigue siendo válida la descomposición de la línea productiva en dos partes. De un lado aquella que contiene físicamente los mismos inputs: ID. Ahora no tenemos solamente el trabajo, como en el modelo de dos bienes. Podemos considerar un amplio conjunto de inputs tales como los animales de labor, maquinaria, agua, etc... que participen en las mismas cantidades en las dos líneas productivas. Para ese conjunto de bienes la hipótesis de equivalor no reviste ningún problema.

De otra parte tenemos los bienes que aparecen en las líneas productivas pero que no son comunes. ¿Cómo suponer que R_A y R_B valen lo mismo para cualquier sistema de precios posible?. El problema que aquí se plantea es grave porque aunque sea bastante realista suponer que nos estamos refiriendo a una parte marginal de inputs, como no tenemos los precios determinados es difícil –en rigor, desde un punto de vista formal, es imposible– decir que *su valor* también será marginal e igual (o parecido) en las dos líneas de producción. Ello supone postular algo acerca de los precios, lo que resulta problemático teniendo en cuenta que su determinación es precisamente el objetivo de todo el modelo. De cualquier forma Barceló afirma que es *realista en ciertos casos* postular la igualdad entre R_A y R_B y, en consecuencia, exitenda la validez de su teorema más allá de los márgenes del modelo para dos bienes y más allá del supuesto drástico pero nítido (al no depender de ninguna forma del sistema de precios) de que tales bienes no aparezcan entre los inputs, en el mismo sentido que para el modelo de dos bienes sosteníamos que $a_{ct} = a_{tc} = 0$.

Más adelante, volveremos sobre esta cuestión pero, de cualquier forma, vale la pena señalar que la hipótesis de equivalor (por la vía de la nulidad de los coeficientes o por la de suponer que $R_A = R_B > 0$) nos lleva una versión simplificada de los esquemas de Sraffa que, a pesar de tener un campo de aplicación restringido, parece mucho más realista que el modelo de dos bienes, y abre la posibilidad de que algunos precios relativos sean determinados al menos aproximadamente con independencia de la resolución del resto del sistema.

VI. Observaciones finales

Para acabar querríamos recoger una serie de reflexiones que han surgido de forma natural al hilo del análisis presentado. En concreto, vamos a centrarnos en cuestiones que giran en torno al sentido y el papel de la hipótesis básica de la que se deriva el teorema, al concepto de tasa de excedente (R), al de Input Distinguido (ID) y, finalmente, a las cantidades de input apropiadas por unidad de ID (a, b).

1) La hipótesis propuesta por Barceló para simplificar los esquemas reproductivos (presencia de ID, igualdad de R_A y R_B) es equiparable –como ya hemos señalado– al supuesto de igual valor de los inputs diferentes al bien que está siendo producido. Debe advertirse, sin embargo, que dado que esa igualdad en el valor debe mantenerse para cualquier sistema de precios (puesto que éstos deben ser fijados posteriormente por el esquema) ese supuesto implica la igualdad física de los inputs. Hemos presentado la hipótesis en términos de valor porque ésta es efectiva cuando se aplica al esquema (3), que está expresado en términos de valor, pero tal como señala Barceló el supuesto está constituido en última instancia por una igualdad en términos de contabilidad material.

2) A nuestro entender el punto más forzado de la argumentación de Barceló está en el intento de suponer que $R_A = R_B$ sin exigir simplemente la no presencia de esos inputs no comunes. Desde nuestro punto de vista la solución para el caso general debería ser exactamente la misma que la que hemos utilizado en el modelo para dos bienes: igualar a cero los coeficientes de los inputs que no siendo iguales al producto no son tampoco comunes a las dos líneas productivas ($a_{ct} = a_{tc} = 0$). Naturalmente, ese supuesto es más duro en el caso general que en el seno del modelo de dos bienes, precisamente por la pretensión de realismo de aquél. Ahora bien, en nuestra opinión es preferible entender el esquema de Barceló de esta forma restrictiva pero *nítida* que asumirlo con el supuesto $R_A = R_B > 0$. Ello porque aunque eso pueda ser realista para ciertas parejas de bienes, su inclusión en el diseño del esquema puede ser contradictoria con los propios objetivos del modelo: determinar el precio relativo de un par de bienes sin necesidad de resolver nada (ni de suponer nada) sobre el resto de los precios. Toda la fuerza y el atractivo de la simplificación de Barceló se puede tambalear si tenemos que suponer algo acerca de los precios del resto del sistema (insistimos, por muy realista que sea la suposición). En contra de lo que pueda parecer, ser estrictos en la formulación de las hipótesis del modelo no restringe para nada su campo de aplicación: es completamente normal que los fenómenos que son exitosamente explicados por las teorías científicas sólo cumplan sus hipótesis aproximadamente. Creemos indudable, en este sentido, que el campo de aplicaciones del esquema de Barceló es amplio y significativo, lo que contrasta, por ejemplo, con lo que ocurre con el conocido modelo de dos bienes. Ahora bien, para ello no es necesario introducir en el mismo un supuesto tan peligroso para la consistencia del modelo como $R_A = R_B > 0$. En nuestra opinión resulta más conveniente suponer que $R_A = R_B = 0$ y que la "impureza" quede fuera de la teoría, en el plano de la aplicación de la misma a la realidad.

3) Por su mayor generalidad y aceptable elegancia formal creemos que la expresión del teorema que recoge la posibilidad de excedente en el sistema, (5), podría ser identificada con el teorema sobre bienes autorreproducibles, tomando a (5, a) como un caso particular (R = 0). Adviértase, además, que bajo el supuesto de un valor de R conocido, gracias a (5) se podrían explicar oscilaciones de los precios relativos en virtud de los diferentes valores de la tasa de excedente. En este sentido cabe destacar que la ilustración del trabajo de Barceló con el precio del trigo y la cebada, con un precio relativo en torno al 2 (pero con oscilaciones bastante apreciables), podría ser tomado también como una aplicación de (5). Tal como señala López de Peñalver la ratio de precios aumenta en años abundantes y se reduce en años escasos. Aunque las razones esgrimidas por ese autor para estas oscilaciones son otras, vale la pena advertir que la dirección de las mismas se derivan de (5): según esta expresión a medida que aumenta R (años buenos) aumentará la razón de los precios si –como aquí ocurre– el coeficiente a_{cc} es menor que el coeficiente a_{tt}.

4) Aunque es una cuestión quizás anecdótica, desde nuestro punto de vista el elemento conceptual clave de la simplificación propuesta por Barceló no es tanto el concepto de Input Distinguido cuanto la idea de centrar la atención en bienes con *líneas productivas gemelas*, en el sentido de que tienen todos los inputs comunes salvo los que se corresponden con los propios bienes producidos. Por otra parte, lo mismo puede decirse de las cantidades apropiadas de input por unidad de Input Distinguido, a y b. Creemos que no se pierde fuerza expresiva y se gana en generalidad trabajando con los coeficientes de los esquemas reproductivos clásicos (a_{cc} y a_{tt}) y con las cantidades producidas de cada bien (C, T).

BIBLIOGRAFIA

BARCELO, A. y J. SANCHEZ: *Teoría económica de los bienes autorreproducibles.* Oikos-Tau, Barcelona, 1988.

SPAVENTA, L.: *Apuntes de Economía Política.* Trad. J. Rodríguez. Ariel, Barcelona, 1984.